



思考起源

在扑克魔术里，我常常想扮演超人，要么让扑克牌出现巧合的4张Ace，要么心灵感应出你心中所想，甚至预测未来要发生的事。而这一切都可以由数学上的常函数来建模，即，看起来观众随机的选择，对最后的结果并不会影响。很多更具体的数学性质可以用来构建这个常函数，比如我们小学就学过的、互为逆运算的加减法就是个又简单又经典的例子，大量魔术的原理都可以用它来建模，今天我们就来一探究竟。

魔术欣赏

4 Ace 出现 (4 Ace Presentation)

表演详情请扫码或访问以下链接观看：



4 Ace Presentation

视频链接：<https://v.qq.com/x/page/y0808g0k7u5.html>

操作释义

数牌 (count)：扑克术语中也叫发牌 (dealing)，指一手以发牌姿势拿着



扑克牌（一般为左手），另一只手从牌叠顶端一张一张发牌到桌子上等另外的地方，并在此地逐渐形成一个新的牌叠。

切牌 (cut)：指把整个扑克牌叠从顶端开始的连续 n 张一起拿起来，形成另外一叠。如果把剩下的牌再放到这叠上，叫作**完成切牌 (complete the cut)**，合起来叫作**切牌和完成切牌 (cut and complete the cut)**。

在上一篇《做了等于白做——数牌的数学与魔术》中，已经提到了数牌这一操作，并且从函数对称性的角度分析了这一操作二次后恢复自身的性质。这一篇，我们引入切牌这一操作，并从加减法的本质这一新的角度，看看这里面还有哪些神奇的秘密。

数学故事

加减法不是天上掉下来的，而是人类发明的。我根据我的理解，推测了加减法起源的故事，纯属虚构。

计量技术的进步一直伴随着人类发展，我们先从人类如何掌握最基本的计数的故事说起。

远古时代，受惠于人类生产力的发展，我们可以获得各种食物，还有了剩余，产生了私有制。原来只有有得吃和没得吃，现在居然还能偶尔剩下好几颗果子，好几头猪等等。人类因为管理这些东西的需要，逐渐进化了抽象理解客观世界的水平的能力，比如抽象统一地理解枣子、猪等等东西数量的能力。这常常伴随着一些数学成果的出现，甚至是以他们为标志的。计数的出现和发展就从一个侧面很好地体现了这一过程：

布尔数	有无的表达：布尔数
正整数	非空集合的大小度量：正整数
自然数	非空集大小定义：0
整数	物理方向等有序关系（正负极，借，买等）：负整数
有理数	整体均匀分割（分蛋糕）：有理数
实数	圆周长/直角三角形斜边/三角函数：无理数
复数	解某些无实数解的二次方程：虚数

图 1. 数的扩充和发展（箭头左侧为不断扩充的数集，右侧为新增的度量需求和数集）

当人类生产力在每天可能打到颗枣子，也有可能没有的情况下，为记录这一情况，就有了区分有无的需求，布尔集的概念率诞生了，这可能是人类历史上第一次进行“数学建模”活动吧！布尔数是对事物有无概念的度量，无论是枣子还是猪，都用统一的符号 True 和 False 表达抽象的有或无两种状态。而 False 一般也可以用 0 代替，表示什么都没有，而其数值意义也随着数的扩



图 2. 有头野猪



图 3. 有颗枣子

充延续了。后来，布尔集的两个符号可以拓展为任何二分类变量的模型，比如是公是母，是瘦是胖，都可以用布尔集表达，甚至可以拓展到更多类型的分类变量。而此时已经没有所谓有无的概念了，是在其原始概念上的一个拓展。

因为从没哪一天获得过长得差不多的猪或者枣子，因而最开始还没有对超过 1 的数计数的必要（当然那时候并没有 1 这个概念）。直到有一天，酋长的手下抓了好几头长得都差不多应该都是野猪的东西，或者打了一箩筐大大小小但味道差不多，看着都是枣子的时候，必须要管理起来，于是集合便诞生了。人类发现，有某种相同性质的玩意，可以合一块构成一个整体来管理。最基本的，要知道有多少猪，多少枣子，需要对集合进行大小度量，于是有了对其进行计数的需要，非负整数就正式光荣地发明使用了。



图 4. 一群野猪

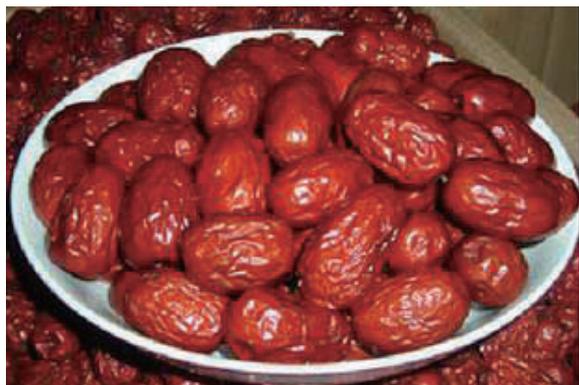


图 5. 一堆枣子

集合，正是伴随着人类生产力的提高，也同时进化出发现和辨别一些具有相同或不同属性的对象的能力，根据需要抽象出来的数学工具。其价值在于，只要是把有某些共性的对象放在一起，拿着去计数、加减等等，符合的是一样的规律。再来一种新的对象，我们也可以用同样的方法来处理，而不用重新绞尽脑汁了。也许人类并没有一开始就觉得枣子集合和野猪集合满足同样的规律，