



《数学文化》2019年度会议与会人员合影

左起：王涛，庄歌，张英伯，丁玖，蔡天新，林亚南，顾沛，刘建亚，张益唐，汤涛，邓明立，罗懋康，张智民，贾朝华，付晓青

主 办 香港沙田石门安群街1号京瑞广场二期9楼B室  
Global Science Press Limited

主 编 刘建亚（山东大学）  
汤 涛（北师大港浸大/南方科技大学）

编 委 蔡天新（浙江大学） 邓明立（河北师范大学）  
丁 玖（南密西西比大学） 顾 沛（南开大学）  
项武义（加州大学） 贾朝华（中国科学院）  
林亚南（厦门大学） 罗懋康（四川大学）  
张英伯（北京师范大学） 张智民（北京计算科学研究中心）

美术编辑 庄 歌

文字编辑 付晓青

特约撰稿人 范 明 陈 跃 金小庆 卢昌海  
田沅泽寰 王 涛 张小平 朱富海

《数学文化》旨在发表高质量的传播数学文化的文章；  
主要面向广大的数学爱好者

《数学文化》欢迎投稿，来稿请寄：  
mc@global-sci.com

本刊网站：<http://www.global-sci.org/mc/>  
本刊网店：<https://j.youzan.com/20Hy4J>  
本期出版时间：2021年2月

本刊鸣谢国家自然科学基金数学天元基金、  
南方科技大学、山东数学学会的支持

# Contents | 目录

## 数学人物

一对精灵：阿贝尔与伽罗瓦 蔡天新 3

## 数学家访谈

冯克勤访谈录 王涛 付晓青 18

## 数学经纬

三维流形多吗? 刘毅 54

从欧氏空间上的经典牛顿N体问题到曲面上的天体运动

谢之福 63

离散混沌传奇

陈关荣 79

## 数学教育

青岛中学的大学本科先修课程 张英伯 89

让数学沟通你我，用交流增进了解

——三届中法中学生数学交流活动掠影 张劲松 94

## 数学烟云

数学之能，“能”在哪里？

——“数学文化与传播线上分享会”纪实

郭蔚 任红菊 105

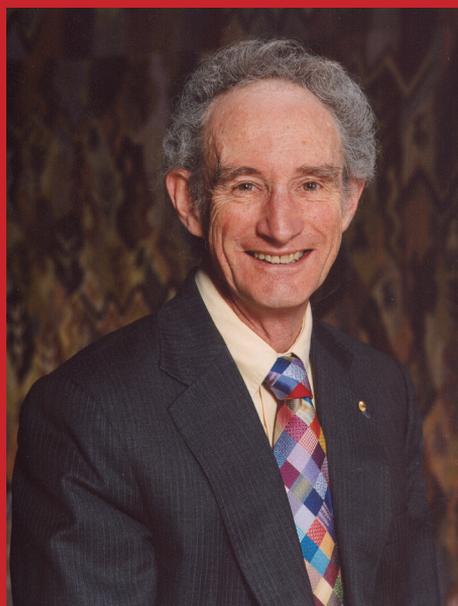
## 数学趣谈

注脚的注脚 万精油 113

巧合的秘密——恒等式 田沅泽寰 118

## 数学家随笔

新冠疫情中的毕业赠言 乔建永 123





## 1、诺迪克的精灵

精灵 (Elf) 是日耳曼神话 (即北欧神话或诺迪克神话, 其影响力和文学价值在欧洲仅次于希腊神话) 中出现的一种生物, 与小巧而带翅膀的仙子 (Fairy) 不同, 精灵高大、没有翅膀。他们往往是金发碧眼, 有着尖尖的耳朵, 手持弓箭, 模样有点像是日耳曼人。日耳曼人如今是欧洲的一个主要种族, 起源于包括挪威在内的斯堪的纳维亚地区, 从前他们与凯尔特人、斯拉夫人被罗马人视为欧洲三大蛮族。

说到斯堪的纳维亚 (Scandinavian) 这个欧洲面积最大的半岛, 有时会让我想起中东两河流域的美索不达米亚, 那是人类文明最早的发祥地之一, 这可能是因为两者都拥有多音节的发音。其实, 斯堪的纳维亚这个地名来自于条顿语 (日耳曼人的一支) 里的 *skadino*, 意思是黑暗, 加上表示领土的后缀 *via*, 就成了“黑暗的土地”。这是因为北欧靠近北极圈或被其穿越, 有许多时间不见阳光的缘故, 而“诺迪克”的意思则是“北方”。

1802年8月5日, 数学天才尼尔斯·亨里克·阿贝尔出生在挪威西南部弗罗兰郡的小村庄内德斯特朗。阿贝尔的父亲是稍南的芬尼岛上的路德教牧师, 如同比阿贝尔晚一辈的另一个德意志 (日耳曼的另一分支) 数学天才黎曼的父亲。阿贝尔的童年在芬尼岛上度过, 此岛于2020年并入郡府、挪威第四大城市斯特万格。那次他的父母去内德斯特朗村的一位法警朋友家做客, 不巧阿贝尔早产三个月。按照当地习俗, 他应该是在红葡萄酒里浸洗过才存活下来的。

阿贝尔家族是17世纪从日德兰半岛南部一个叫石勒苏维格的小公国迁移到挪威来的, 1920年, 石勒苏维格公国一分为二, 南部归属德国, 北部归属丹麦。阿贝尔祖上好几代人都是牧师, 他的爷爷在挪威南部格德尔郡的杰斯塔教堂担任牧师。杰斯塔教堂是一座白色美丽的教堂, 坐落在同名的村庄, 阿贝尔的父



明信片上的杰斯塔教堂和教区，阿贝尔的爷爷和父亲于此担任牧师

亲在杰斯塔村出生并长大的，他在祖父去世后继承了牧师之职，父子俩担任杰斯塔教堂牧师共 38 年。

阿贝尔的母亲安妮 - 玛丽是个美丽的女人，她的父亲是造船主，来自与杰斯塔村相距不远的滨海小城里瑟。据说安妮 - 玛丽家是里瑟最富有的，她随两个继母长大，生活环境相对优裕。安妮 - 玛丽结婚以后，仍喜欢举办舞会和参加社交活动。种种迹象表明，她很早就开始酗酒，对孩子们的教育没什么兴趣。阿贝尔继承了她的优点，外貌清秀英俊。从他留下的唯一一幅肖像画来看，很像是一个精灵。

挪威在 9 世纪时形成一个王国，之前它只有一些零散的部落。8 至 11 世纪是称霸海上和欧洲大陆的北欧海盗（维京人）全盛时期，挪威、瑞典和丹麦是他们的根据地，到 14 世纪开始衰落。从 1397 年开始，挪威与其他北欧国家受控于丹麦主导的卡尔马联盟，1814 年挪威成为瑞典王国的属国，直到 1905 年才赢得独立。阿贝尔短暂的一生，挪威先后受丹麦和瑞典统治。

如今挪威已是一个高度发达的资本主义国家，是世界第三大石油输出国。新世纪以来，挪威曾连续多年被联合国评为世界上最幸福的国家和最适宜居住的国家，并多次举办过冬奥会。但是，在阿贝尔生活的年代，挪威十分贫穷，由于接连与英国和瑞典发生的战争，以及由此产生的饥荒，阿贝尔和他的五个弟妹以及精神不太正常的哥哥经常饿肚子。

幸运的是，阿贝尔家是个幸福的家庭，且阿贝尔很早就发现了自己的数学天赋。如同美国数学史家 E. T. 贝尔所描绘的：在严寒的挪威，阿贝尔家里经常出现这样一幕温馨的生活场景，“他坐在火炉边思考数学问题，家人在房间里聊天、嬉笑，他的一只眼睛盯着弟妹们，另一只眼睛盯着桌上的某个公式或定理，吵闹声丝毫不会分散他的注意力。”



奥斯陆大学法学院。2003 开始，阿贝尔数学奖在此颁发

13 岁那年，阿贝尔离开了故乡，进了首都奥斯陆（当时叫克里斯蒂安尼亚，以丹麦国王命名）的一所教会学校。起初他的学习成绩并不突出，后来一位具有虐待狂倾向的老师因为体罚一位学生致死，被学校解雇了，继而来了一位叫霍尔姆伯（相当于德语里的洪堡）的数学老师。霍尔姆伯非常欣赏阿贝尔，他注定会成为阿贝尔的启蒙老师和第一个伯乐。

霍尔姆伯教如饥似渴的阿贝尔学习高等数学，鼓励他阅读瑞士数学家欧拉、德国数学家高斯和法国数学家拉格朗日、泊松的著作。18 岁那年，阿贝尔的父亲由于自以为是地过多参与宗教和政治事物，同时由于频繁饮酒导致的判断失误，最后失落地回到了内德斯特朗，以至于健康迅速恶化而英年早逝。不久以后，精神恍惚的寡母也在家中被一位不怀好意的男子占了便宜。

尽管如此，1821 年，19 岁的阿贝尔幸运地进入了成立不久的挪威第一所大学——皇家弗雷德里克大学（以国王命名，1939 年易名奥斯陆大学）。更为幸运的是，有三位教授愿意为聪明好学却家境贫困的阿贝尔解囊相助，其中一位教授的家更是阿贝尔可以随意出入的地方，他的数学思想火花也因此层出不穷。另一位教授则资助他第一次离开挪威，去哥本哈根旅行。

在阿贝尔大学时代完成的前三篇研究论文中，有一篇叫《利用定积分解两个问题》。很久以后，这篇论文成为现代放射医学的数学基础。1979 年，借助于阿贝尔的这项工作发明了 X 射线断层扫描仪（即 CT 扫描仪）的美国物理学家考马克和英国电子工程师豪斯菲尔德获得了诺贝尔生理或医学奖。他们首先建立起计算机扫描的数学基础，即人体不同组织对 X 射线吸收量的计算公式，而这个公式正是建立在阿贝尔开创的积分几何的基础之上。

法国数学家笛卡尔曾经信心满满地说过，“一切问题都可以转化为数学问



阿贝尔的母校——奥斯陆大学法学院，1989年以前，诺贝尔和平奖在此颁发

题，数学问题可以转化为代数问题，而代数问题又可以转化为方程问题。”大学时代的阿贝尔最大的野心和目标在于，历史悠久的五次或五次以上方程的求解，那是将近三个世纪以来欧洲最有才华的数学家都试图寻找的方法和结果。他们孜孜不倦地寻找着，犹如古代东方皇帝们渴望寻找长生不老的仙丹。

## 2、法兰西的神童

在阿贝尔9岁那年秋天，即1811年10月25日深夜，法国首都巴黎南郊小镇拉赖因堡出生了一个男孩，他的名字叫埃瓦利斯特·伽罗瓦，这个男孩注定要成为与阿贝尔双星闪耀、为后世津津乐道的数学天才。伽罗瓦的爷爷和父亲都曾是一所学校的校长，父亲后来成为热衷政治的共和党人，也喜欢写作散文和滑稽戏。伽罗瓦的母亲是法官的女儿，精通古典文学，并能熟练地阅读拉丁文。有趣的是，他的父亲和母亲家住在同一条街的斜对面。

伽罗瓦四岁那年，拿破仑从厄尔巴岛归来，推翻了复辟的波旁王朝，再度称帝。正是在那一年，13岁的阿贝尔进了奥斯陆的教会学校。在这个史称“百日王朝”的历史时期，老伽罗瓦被推选为故乡小镇镇长，他的任职延续到拿破仑滑铁卢战役之后。

在12岁以前，伽罗瓦的教育是母亲亲自给予的。事实上，伽罗瓦10岁时，母亲曾想送他去法国东北部香槟-阿登地区兰斯的一所学校念书，但她很快后悔了，决定让他在家多待两年。

1823年，阿贝尔还在奥斯陆念大学时，伽罗瓦跳过了小学，直接进了巴黎一所皇家中学——路易学校。这所久负盛名的学校创建于17世纪，杰出校友里有罗伯斯庇尔和维克多·雨果。雨果是大诗人也是大作家，创作了遐迩闻名的小说《巴黎圣母院》《悲惨世界》《九三年》等。雨果是阿贝尔的同龄人，他进入路易学校时恰好阿贝尔进入奥斯陆的教会学校，但当伽罗瓦入学时雨果已经毕业。

罗伯斯庇尔是法国大革命时期的领袖，后来成为雅各宾派领袖。1793年，他坚决主张处死国王路易十六，使之成为法国历史上唯一被处决的国王，也是欧洲历史上三个被处死的国王之一。他之前有英国国王查理一世（1649），他之后有俄国末代沙皇尼古拉二世（1918）。具有讽刺意味的是，1794年，即路易十六被处决的第二年，法国发生了“热月政变”，罗伯斯庇尔自己也被送上断头台。同年，巴黎综合理工学校创立，这所学校后来成为培养科学家和工程师的摇篮。