前排从左至右：张英伯，林亚南，刘建亚，汤涛；后排从左至右：丁玖，朱斌，罗懋康，顾沛，蔡天新，贾朝华，庄歌

主　办　香港 Global Science Press
沙田新城市中央广场第一座 1521 室

主　编　刘建亚（山东大学）
汤　涛（香港浸会大学）

编　委　蔡天新（浙江大学）　邓明立（河北师范大学）
丁　玖（南密西西比大学）　顾　沛（南开大学）
项武义（加州大学）　贾朝华（中国科学院）
林亚南（厦门大学）　罗懋康（四川大学）
张英伯（北京师范大学）　张智民（韦恩州立大学）
宗传明（北京大学）

美术编辑　庄　歌

文字编辑　付晓青

特约撰稿人　陈关荣　蒋　迅　靳志辉　柳形上
卢昌海　欧阳顺湘　游志平　王　桥

《数学文化》旨在发表高质量的传播数学文化的文章；主要面向广大的数学爱好者

《数学文化》欢迎投稿，来稿请寄：
Math.Cult@gmail.com

本刊网站：http://www.global-sci.org/mc/
本刊淘宝网：http://mysanco.taobao.com/
本期出版时间：2013年11月

本刊鸣谢国家自然科学基金数学天元基金的支持

Contents | 目录

数学人物

气动先驱到数学民科
——悲剧人物芒克　蒋　迅　3

数学教育

三角形的迭代　叶宁军　23

美国普林斯顿大学杰出人才选拔与培养
——访2014年度沃尔夫数学奖得主彼得•萨纳克教授　熊建辉 黄喆　27

数学烟云

数学有用　田　刚　34

失联搜救中的统计数据分析　统计之都创作小组　41

数学家与音乐（下）　蒋　迅 王淑红　51

几何学家的海伦
——摆线的故事　柳形上　69

数学经纬

为什么我们还没有对Pi感到厌倦？
D. H. Bailey　J. M. Borwein　78

巴黎：一座城市和一个学科　阎晨光　83

数学趣谈

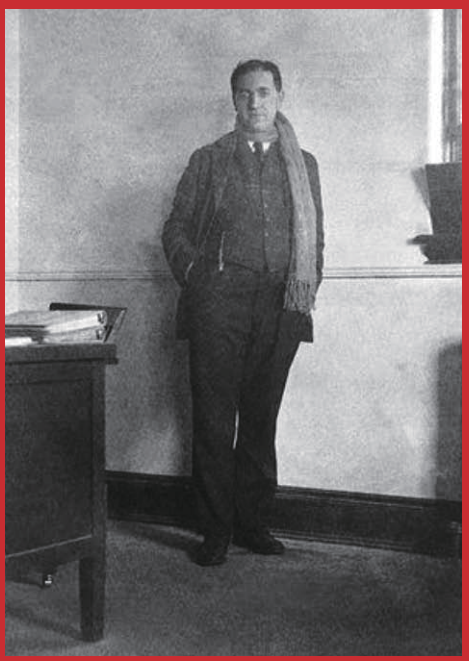
能量守恒的运用　万精油　95

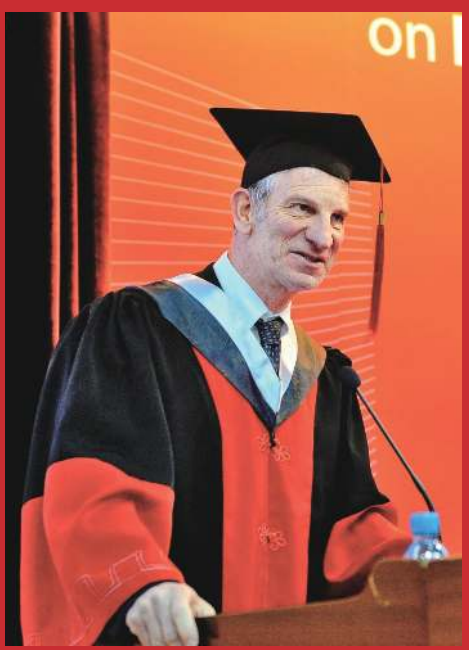
数学家随笔

以数学家等文化名人命名的大学（上）　欧阳顺湘　99

好书推荐

《牛津通识读本：数学》　李大潜　106

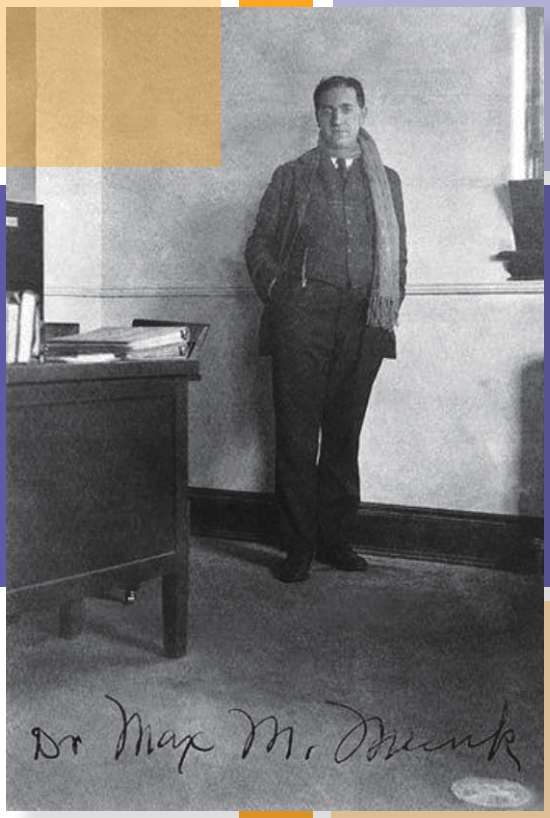




气动先驱到数学民科

悲剧人物芒克

蒋 迅



马克斯·芒克在兰利办公室（1926 年）

1. 引言

有这样一个人，他不是哥廷根大学的学生，但他是哥廷根大学的物理学博士，而且他在同一年从哥廷根大学和位于德国汉诺威的皇家理工高校（Königliche Technische Hochschule）[1] 分别获得物理学和工程学两个博士；他的哥廷根导师是大名鼎鼎的空气动力学鼻祖普朗特（Ludwig Prandtl），而他的哥廷根论文包括了后来被公认的普朗特机翼理论基础；他提出了诱导阻力（induced drag）的概念；他领导设计制造了世界第一个可变密度的风洞，这使得美国国家航空咨询委员会（NACA，即 NASA 的前身）在机翼设计方面跃居世界领先地位。但是无论从什么角度看他都是一个悲剧人物：这位颇有成就的空气动力学专家不但丢了 NACA 的工作，还成了一个搞费马大定理的民科。究其原因，这里有他本人的性格问题，有美国人的排外主义，但更重要的是两种文化的冲突把这些问题都极大地放大，将一幕原本可以是事关科学的励志剧改编成了悲剧。他的故事对于

[1] 这所学校曾经多次改名，一度被称为汉诺威技术大学，现在是汉诺威莱布尼兹大学。

路德维希 • 普朗特（1875-1953）

阿尔伯特 • 贝茨（1885-1968）

在科研领导岗位上的所有人都是值得一读的，甚至应该写入工程管理学的必读教材。这个人就是马克斯 • 芒克（Max M. Munk）。

2. 与普朗特在一起的日子

芒克 1890 年 10 月 22 日出生于德国汉堡。少年时代的他凭借其数学和科学的才华说服了中产阶级的父母，使他们确信他应该离开德国的犹太教学校而进入德国学术界。1914 年，他从皇家理工高校毕业，获得了工程学学位。毕业后，他进入哥廷根大学，但并没有成为哥廷根的学生。原来，1912 年，当他仍然是皇家理工高校的学生时，他因为普朗特发出的一个助理职位招聘广告给普朗特写过一封应聘信。他说自己已经通过了数学和机械学的学士学位考试，并取得了最高成绩，且将在 1914 年毕业。虽然普朗特没有给他这个职位，但对这个有抱负的学生印像很深，所以给了他很多鼓励。芒克受到了鼓舞，并在 1915 年拿到工程学硕士学位又得以免服兵役后再一次给普朗特写信。不过，这一次他居然还提出了一个附加条件：他说只有在允许他在未来几年里的任职期间可以继续攻读博士学位，他才会考虑这样的职位。普朗特无法给他一个常规的助理职位，但正好他平时的助理被征兵，所以他就把芒克作为战时替补招到手下。1915 年 4 月 1 日，芒克得到了普朗特“空气动力学模型试验室”（Modellversuchsanstalt für Aerodynamik , MVA)[2] 的一个为期一年的“助理”合同。后来，合同被延长，他在哥廷根一直呆到了 1918 年春。所以，不夸张地说，他与阿尔伯特 • 贝茨（Albert Betz）、保罗 • 布拉休斯（Paul Richard Heinrich Blasius）、乔格 • 傅尔曼（Georg Fuhrmann）、冯 • 卡门（Theodore von Kármán）和卡尔 • 魏斯伯格（Carl Wieselsberger）一起是普朗特杰出的早期学生。

从 1916 年到 1918 年，芒克成为了普朗特在 MVA 的助手。他和贝茨是普朗特在机翼理论研究中最亲密的合作者，芒克是在一战中而贝茨则是在战后。同时，芒克还负责战时任务所需风洞试验的数据测量。因而，芒克在 MVA 的那段经历为他在一战期间提供了机翼理论最新研究的第一手资料。从普朗特最初在哥廷根科学院（Göttingen Academy of Science）的通讯上发表的文章看，其机翼理论的大部分仅仅是数学方面的成就，但由于

[2] “空气动力学模型实验室”建立于 1915 年。1919 年改名为“空气动力学研究院”（Aerodynamische Versuchsanstalt，AVA）。

普朗特在哥廷根建立的空气动力学模型试验室

芒克的努力，这些数学成就显著地与 MVA 在一战中的工作挂上了钩。MVA 在《技术报告》（*Technische Berichte*）上一共发表了 24 篇机翼理论方面的通讯，其中 10 篇有芒克的名字。

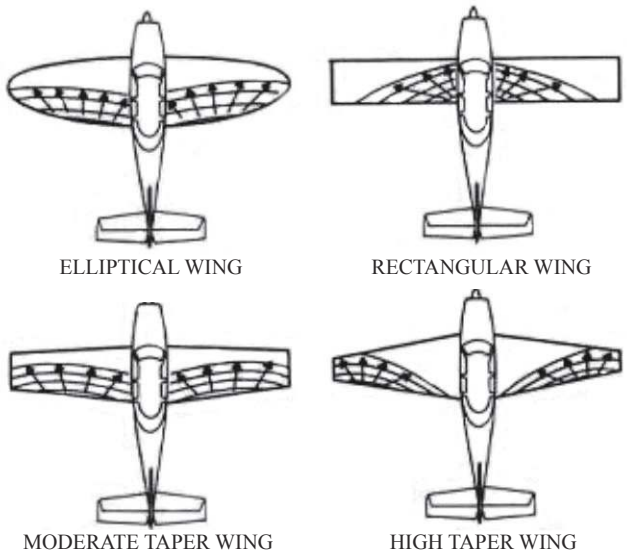
在一战的最后数月里，他被海军水上飞机部录用，在波罗的海沿岸工作。但是他一直与普朗特保持联系，而且他在整个战争期间作为测试设备工程师在 MVA 的档案里留下了无数的痕迹。后来他转到齐柏林飞艇制造公司工作。在那里，他设计了一个小型风洞，并提出了设计一个更大的（1000 马力）大型飞艇模型的测试风洞。这个令人难以置信的设施一直没有建成，但根据芒克的计划，这个风洞将把闭路气流加压到 100 个大气压，产生相当于一个全尺寸时速 152 公里的飞艇的飞行条件的雷诺数（Reynolds number），远高于当时任何其他风洞所能产生的雷诺数。

3. 两个博士学位

在海军和齐柏林公司的经历使得他深深地意识到了他多么需要一个学位。为了自己的职业生涯，他必须显示出自己的专业知识。但他没有一个能让人刮目相看的学位。“在哥廷根做试验期间的唯一遗憾”，他在搬到波罗的海沿岸后给普朗特的信中说，是他不能实现在那里逗留期间完成博士论文的愿望。他感觉在海军试验基地低人一等，因为他们大多除了有工程学证书外还有博士学位。他早把自己在哥廷根风洞的试验数据所得结果作为博士论文向汉诺威的教授报告，但迟迟没有得到回应。这只是芒克的一面之辞，其实他没有提到的还有他与汉诺威教授的观点相左。普朗特安慰他说，“这样的事情在汉诺威一般要慢慢来”。他还告诉芒克可以把论文交到哥廷根去当博士论文。显然芒克因普朗特的许诺而极其兴奋。但他没有完全按照普朗特的建议去做，而是从提交给汉诺威的论文中把理论部分撤下来，然后另写一篇交给了普朗特。普朗特看后指出，理论部分太简洁了，很难看懂。他回信说，关于“简洁”的责备没有让他惊讶。“坦率地说，我认为您和不多的几位将能够理解；其他人将只会读最后的结果。”

芒克受到了来自汉诺威教授的指责：“你把次要的结果给了汉诺威而把重要的部分给了哥廷根。”普朗特不得不为芒克辩护。芒克失望地发现他原来在汉诺威的教授根本无法自行判断他的结果。而对他在哥廷根的论文，普朗特建议他增加一些注解以便更容易读懂，另外把笨拙的标题从“飞行理论中的等周问题”（Isoperimetrische Probleme aus der Theorie des Fluges）改成更朴实的的东西。“为什么你不把它命名为：关于机翼的最小阻力？”然而芒克顽固地保留原来的标题，可能是为了引起数学家的注意吧。

就这样，芒克于 1918 年在对理论解释与实际数据的争议中，还是获得了两个博士学位：一个是汉诺威的工程学博士，另一个是哥廷根的物理学博士（指导教授是普朗特和龙格）。虽然取得双博士学位的人不少，但像他这样在同一个时间获得两个不同领域博士学位的人恐怕绝无仅有，而且其中之一是从哥廷根大学得到的。芒克不能不说是一位奇人。



机翼平面形状 Source: Dauntless Software

4. 机翼理论

完成于 1918 年 5 月的哥廷根论文包括了后来被公认的普朗特机翼理论的基础。它解释了诸如诱导阻力这样的基本现象——一种由于旋涡气流运动所形成的空气阻力，而这个阻力在有限机翼的条件下必然会出现。芒克用精密又直观的数学解决了如何尽可能减少机翼的诱导阻力的问题。尽管普朗特本人和他圈子里的人对诱导阻力和其他机翼理论都有所了解，但他们从来没有在数学上严格地考虑过这些问题。芒克证明当升力在翼展的分布相应于一个椭圆的时候诱导阻力达到最小。当普朗特在自己的报告中解释芒克的论文时，这些问题立即在熟悉 MVA 思想的圈子里引起共鸣，“但其思想和解决问题的数学方法则完全归功于芒克先生的智慧。”由于这个结果的一般性，它给出了“对于一个给定的机翼几何形状在一个给定的速度和升力时最小阻力的条件”。芒克于 1918 年 6 月 17 日通过了博士学位的口试。一年后，他的博士论文印刷版面市。论文只有 31 页，而且主要是数学证明。例如，在芒克的论文中的一个定理是说，机翼的诱导阻力当下洗速度（downwash velocity）沿着展翼的所有位置上都相同时达到极小。芒克还证明了像双翼机和三翼机那样有平行机翼的飞机所受的总诱导阻力与飞行方向的位移无关。一个最重要的在当时没有前人证明过的结论是说，诱导阻力在升力沿翼展按半个椭圆分布时达到极小。在这个时候，他得到了可以比较不同翼展的公式，而同一个公式早前被普朗特用不同的方法获得过，而且自 1914 年以来在 MVA 的多篇论文里都引用过却没有过证明。

芒克在机翼理论的发展中所扮演的角色并没有被人们广泛地认识到。在后来的论文中，他的哥廷根论文被人引用主要是因为在机翼理论中定理的证明。当普朗特 1918 年 7 月在哥廷根科学院发表他的“机翼理论 I”时，他引述了芒克即将出版的博士论文，因为它“包含了一个对这个理论应用范围的重要的推广”。半年后，在“机翼理论 II”中，他把复翼机的上下翼理论作为例子来说明其推广。一方面，他表扬了芒克的博士论文在推广工作上的功劳，同时他又批评芒克基于古典变分法的推导并给出了更简单的推导。

因为具有两个博士论文和学位，芒克同时占有了空气动力学理论和实践。但不知有意还是无意，芒克似乎故意让人摸不清他的背景。对芒克在哥廷根工作不熟悉的读者，看过这两卷机翼理论后，他们一定会产生一种肯定是与普朗特原意相反的印象，那就是芒克只是一位在早已建成的理论上添加了数学严格化的理论家。芒克的哥廷根论文正好印证了这样一种形象，就好像是芒克把自画像附在了他的论文里。在论文中他强调，作为普朗特在哥廷根的助理，他可以集中精力研究数学和物理。论文中根本没有提到他在哥廷根大多数时间是在做 MVA 的战时合同的风洞测试。但另一方面，在汉诺威的工程学博士学位的论文里，呈现在读者面前的是完全不同的形象。论文中几乎都是数表和机翼图形。在论文中附的简历里，芒克把自己描述成一个在 MVA 逗留了三年的主要在空气动力学和相关实验室里做实验的实际动手的工