

# 忆王柔怀教授

张恭庆

我国偏微分方程的研究起步较晚，老一辈中只有吴新谋先生等少数几位数学家在这个庞大领域工作。学习苏联后，在 1956 年国家制订的科学技术十二年远景规划中将“偏微分方程”列为重点发展学科之一。为此，一方面聘请苏联专家来华讲学，例如请比萨德泽 (A.V. Bitsadze) 来讲“混合型方程”等；另一方面派遣留学生到苏联去学习，他们回国后再培养有关方向上的学生。谷超豪、周毓麟等先生在苏联学到了非线性双曲、非线性抛物等有较强应用背景的偏微分方程分支，推动了我国在这些领域研究的迅速发展。然而椭圆型方程理论在上个世纪发展得最丰富，与数学其它分支的联系也更密切，特别是在希尔伯特第 19 问题和第 20 问题的影响下产生了极其深刻的基础理论。王柔怀先生就是中国在这个方向上最早的研究者之一。他在 1963 年发表的长文证明了高阶非线性椭圆型方程组解的解析性，把莫瑞 (Charles B. Morrey) 关于椭圆边值问题的结果推广到了满足 Lopatinski 条件的情形。

王先生从事偏微分方程研究可以说完全是自学的。他广泛涉猎了数学的许多不同分支，深入了解了偏微分方程的许多研究方向并紧紧抓住那些在理论上深刻的、有重要发展前景的问题从事研究。早在 60 年代初，王先生就解决了高阶抛物型方程组的肖德尔估计 (Schauder estimates)，接着又用傅里叶方法证明了高阶抛物型方程的  $L^p$  估计，可惜后者只来得及在《中国科学》上发表一个摘要，就爆发了“文化革命”，中国的所有科学期刊都停刊了。然而他的这个结果不仅与国外同行差不多同时发表，而且在方法上也更加简洁、漂亮。虽然中断了十年，王先生的研究工作很快就赶上了国际研究的前沿。他沿着伪微分算子，走向傅里叶积分算子和马斯洛夫指标理论 (Maslov index theory)；对于复位相的傅里叶积分算子给出了相应的马斯洛夫指标的勒雷公式 (Leray formula)。过了几年，卡法瑞利 (L. Caffarelli)、尼伦伯格 (L. Nirenberg) 和斯布若克 (J. Spruck) 合作发表了关于蒙日-安培方程 (Monge-Ampère equation) 的一系列工作，由于这类方程在几何上的重要性，完全非线性椭圆方



程受到了国际偏微分方程界的高度重视。早已年过六十的王柔怀先生又转过来，带领他的学生们不畏艰难在这个重要方向上，以精妙的技巧和复杂的计算相结合的方法做出了开创性的工作。一个人能在偏微分方程的先验估计和复拉格朗日-格拉斯曼流形 (complex Lagrange - Grassmann manifold) 的指标跨度这样大的两个领域内工作，我想其能力之强是远非一般同行所能及的！

广博的学识、深刻的成果和高雅的品味使他成为“文化革命”后我国重大的偏微分方程学术活动中众望所归的领导和组织者。上个世纪八十年代，在陈省身

先生发起的振兴中国数学的一系列活动中，王先生一直是积极的支持者与执行者。1983 年在长春召开的第三届双微会议 (DD3) 和 1986-1987 的南开偏微分方程年以及随后在天津召开的 DD7，王先生都是主要负责人。陈先生让我协助他工作，因此对于他在这些活动中所起的作用我有较多的了解。DD3 是一次全国性的学术会议，对于国内学者来说，基本上是检阅文化革命后在恢复基础研究形势下偏微分方程界的状况。应邀前来的国外学者，是几位当时比较活跃的在重要研究方向上有代表性的权威专家。不像现在开一个学术会议，只要经费允许，受邀人同意，就可以邀请；这个会议必须既能照顾方方面面，又能起到引导作用。在广泛提名的基础上，没有王先生这样对学术本身和对国内研究力量全面了解的人是很难确定出让大家满意的最后名单的。南开偏微分方程年的目标则是把国内偏微分方程的研究引导到国际前沿，各大学和科研院所的教师和研究人员，特别是大多数偏微分方程方向的研究生都来参加。在陈省身先生的领导下，我们确定了几个当时的研究热点，把参加者相应地分成几个组，选择了国际上的代表人物，把他们请来做系统讲座。为了使国内的参加者能够消化这些内容并随之开展研究，我们把全国的研究力量集中起来，聘请国内专家先开一些预备课程，还把来参加的研究生都组织起来办讨论班，系统地读有关的文献。偏微分的几位组织者每人负责一个组，王先生除了负责“微局



1988年张恭庆(左三)与王柔怀教授(右一)在美国洛杉矶(陈大岳摄)

部分分析”组外，还抓全面工作。所有这些复杂的组织工作都是由王先生出面安排的。他不辞劳苦，考虑周详，使得各地来的人都能够各得其所并齐心协力把学术活动搞好。

王先生始终寄希望于年轻一代，特别关心他们的成长。在80年代，我国数学研究正处于恢复期，王先生鼓励年轻人不怕困难，要掌握最新、最锐利的武器去做硬问题。他很看重由伪微分算子到傅里叶积分算子一直到“微局部分分析”这一系列深刻细致的分析理论，要求微局部分分析组的参加者们掌握好这套分析技术，不要急于求成，并戏称要他们当“敢死队”，攻下这块高地。参加这个“敢死队”的不少人后来在从事研究中，都体会到这一年的学术活动使他们受益非浅；其中特别可以称道的是复旦大学陈恕行教授，他是当年“敢死队”的队长，在王先生的指引与鼓励下，他坚持学习，熟练地掌握了这套工具，后来在研究高维非线性守恒律方程组和激波的理论中，运用“微局部分分析”的思想，做出了出色的成果，被邀请在2010年国际数学家大会上做45分钟报告。陈恕行教授的成就固然是他个人刻苦钻研的结果，王先生的战略眼光和所起的引领作用也是陈恕行教授取得成功不可缺少的因素之一。王先生还身体力行，在南开偏微年期间，他自己实现了由线性偏微分方程到难度更大的完全非线性偏微分方程研究的转向。在一般人看来，对于这么大年纪的人来说这样做简直是不可想象的。所以许多年轻学子，包括青年教师和研究生都喜欢围绕在王先生身边，争取他的指导，倾听他谈数学见解。王先生还特别爱护有才华的青年学子，他经常利用各种机会宣传他们的才能，把他们推往学术活动的前台。当年有一位导师没有很好地发挥自己门下的一位很有才华年轻人的作用，王先生仗义执言，不留情面地对那位导师提出意见，使得那位年轻学者得以脱颖而出，后来做出了很有国际影响的工作。

王先生在许多方面都深得大家的爱戴！

我自己也有切身体会。1964年8月在长春召开第一届全国泛函分析会议。王先生报告的题目是高阶抛物型方程的肖德爾估计。这是在阿格蒙(S. Agmon)、达格里斯(A. Douglis)与尼伦伯格联合发表的关于高阶椭圆型方程 $L^p$ 理论的奠基性文章发表(1959)以后，向高阶抛物型方程的重要延伸。当时我只是一名助教，一个偏微分方程理论的初学者，报告的题目是高阶抛物型方程的 $L^2$ 估计，用的是傅里叶方法。讲完后，王先生问我下面打算怎样做？我说想用Mikhlin-Hörmander乘子来做抛物型方程的 $L^p$ 内估计，但不知道边界估计怎么处理。他一听就让我在开会后留下一个星期跟他合作，我当然欣然接受。很快我就发现王先生早已经用了Mikhlin-Hörmander乘子做内估计，而且在边界估计上也已有了不少进展。讨论了两天，第三天早上到他家去时，他告诉我头天晚上他想到了一个巧妙地应用希尔伯特-哈代不等式解决边界估计的办法，说完就把他写下的草稿纸给我看。他一边讲解，我一边仔细检查，证明确实没有问题。离开长春时，王先生让我与他联名发表，我觉得整个思路都是王先生自己的，我对于文章毫无贡献，执意推辞。但王先生一直坚持他的意见，等我回到北京后，他又连续几次把我的名字写到文稿上。我们争执不下，最后还是请北大数学系一位年长的老师给王先生写了封信，说明我还年轻，以后还有机会向王先生学习，到真正有贡献时再署名不迟，这样才说服了王先生。通过这件事，王先生的分析功力和高尚品格令我终生难忘。此后在我学习偏微分方程的过程中，王先生还给我很多指导和鼓励，事例很多无从一一列举，我始终把王先生当作自己敬爱的老师。

王先生确实是一位很有数学才华的人，但历史没有给他充分展示的机会。他早年家境清寒，青年时期面临民族危亡；解放后，正当施展才华之际，文化革命又耽误了他十年。但他从未怨天尤人，始终斗志昂扬，不畏艰难，勇攀高峰。他除了对数学贡献了丰富的学术成果，培养了一批批优秀的学者，还为广大中国数学家留下了一笔宝贵的精神财富。每当忆及王柔怀先生，我都会由衷地、深情地怀念他。

**后记：**本文的英文版将刊登在 *Discrete and Continuous Dynamical Systems* 纪念王柔怀教授论文特集中。感谢DCDS刊物和特集主编允许本刊刊登中文版。

作者简介：张恭庆，著名数学家，北京大学教授，中国科学院院士，第三世界科学院院士，曾任中国数学会理事长。