



## 好的证明使我们更加聪明<sup>1</sup>

崔继峰 杨城毅 / 译

Martin Aigner 和 Vasco A. Schmidt 对尤里·曼宁 (Yuri I. Manin) 的采访录。

受访者 Yuri I. Manin 是著名数学家，主要研究领域是代数几何和丢番图几何。现任德国 Max-planck 研究所教授，美国西北大学教授，曾获多个数学大奖。

**问：**今年的国际数学家大会 (ICM)<sup>2</sup> 是本世纪最后一次。您认为是否还有可能出现一位像希尔伯特一样伟大的数学家？当代还有和希尔伯特问题一样重要的问题吗？

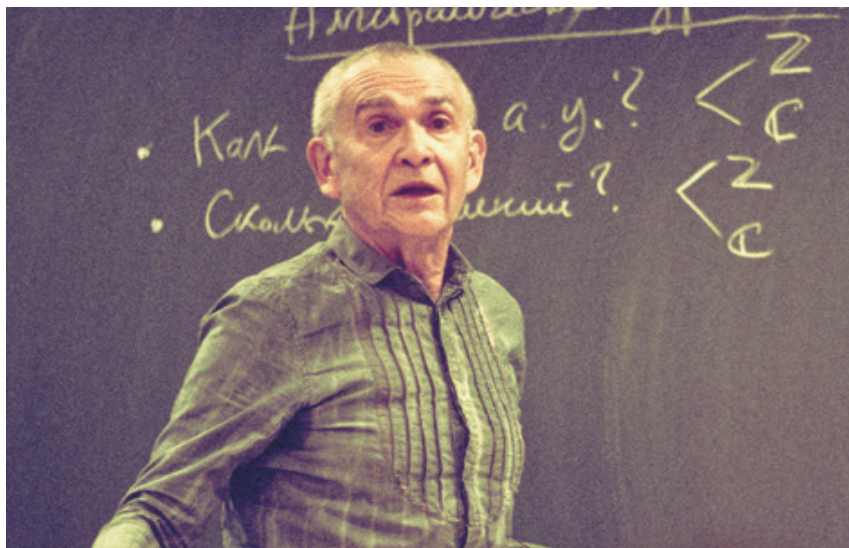
**答：**我并不十分确信希尔伯特问题在本世纪的数学中是否发挥了重要作用。虽然在心理上，它对许多数学家无疑是很重要的。举个例子，阿诺德曾说，当他还是一个年轻的毕业生的时候，他曾经把希尔伯特的的问题抄在他的笔记本上，并且将它随身携带。但是当盖尔方德听说了这件事情时，他嘲笑了阿诺德。阿诺德把解决希尔伯特问题看成了取得数学成就的一个重要组成部分，但是我并不这么认为。我认为进行数学创造的过程所遵循的是已经确定的模式。当你在学习拓扑、概率、数论等知识的时候，在最开始，你会对这些领域有个模糊的了解，然后你就会专注于其中的一部分，接着你就会开始考虑“这儿有什么？”和“什么早已被其他人所考虑过了？”最后在考虑过这些问题并阅读了其他论文之后，你就会开始察觉出一些在你之前没有人考虑过的东西。

**问：**解决问题的重点是不是和一种浪漫的观点：“征服大山的英雄”有所相似呢？

**答：**以某种开玩笑的观点来看的话，的确是这样的。我不会说这个说法不恰当。对年轻人来说，通过创造社会认同感来诱导他们去取得一些重大成就，是一种很重要的心理学策略。一个好的问题是一个好的数学思想的可视化体现，虽然这并不能看出通向一定学术高度的具体途径，却能看出在你的面前伫立着一座高山。但这既不是对数学认知的方式，也不是向公

<sup>1</sup> 本文译自：<http://www.ega-math.narod.ru/Math/Manin.htm?from=message&isappinstalled=0>。

<sup>2</sup> 1998 年在德国柏林举行的第 23 届国际数学家大会。



曼宁在讲学

众展示数学的方式,更不是数学的精华。尤其是当一些这样的问题被放进一个列表中,这个列表就像是一个关于世界大国的首都的列表:它只是传达了尽可能少的信息。事实上,我并不相信希尔伯特认为这是规划数学未来的方法。

**问:**您能否大胆地预测一下,在下一个世纪,什么样的数学方法会在数学中占主导地位?

**答:**这非常困难。我认为,在20世纪,数学是围绕纲领而非问题展开的。在有些时候,这些纲领是被明确制定的,而有些时候,它们则像潮流的趋势一样慢慢形成,比如数理逻辑与数学基础的发展。这明显是一个按照之前所说的方式而进行的发展过程。很明显,在康托(Georg Cantor)的发现之后,我们必须非常深入地思考我们看待无穷的方式,或者用朗兰兹纲领去理解伽罗瓦群。有一个纲领能和我们一起进入下一个世纪。这个纲领可以看作是数学的量子化。当你看到过去的二十年里有多少数学观念以新观念成为旧观念的量子化版本的方式发生改变(例如量子群、量子同调论和量子计算)时,你就会发现它是惊人的。我想,这样的改变在未来还会有很多。但这是非常奇怪的,因为实际上任何人都不会去设想出像这样的一个东西作为一般数学发展的纲领。这仅仅是为了理解物理学家们利用他们奇妙的直觉所发明的数学工具,并且从一个纯粹数学家的角度来看,他们所用的是一种富有刺激性但是比较粗心的方式。

**问:**从历史学的角度来看,您对20世纪怎么评价?这是一个重要的世纪吗?

**答:**我认为20世纪是一个重要的世纪。这个世纪的数学成功地协调和统一了不同领域,而且其规模是前所未有的。在这个统一之中,扮演着重要角色的是集合论。最初,康托提出“无限理论”作为数学的新篇章,但是集合论逐渐改变了它的地位,并且发展成为了一种普遍使用的数学语言。

据了解，从一个相当简短的基本术语和运算规则开始，一个人可以创造出递归的语言结构。而这一过程显然与微积分、概率论、数论、拓扑学、微分几何以及其他科目的创始人创造这些科目时所经历的是相同的。因此，整个数学界获得了一种普遍通用的数学语言。此外，因为集合论一方面允许集合理论和数学结构有所区别，另一方面又允许它们运用灵活的语言进行表达（符号、公式和计算），所以，集合论大大地减少了每个数学家在进行数学工作时左右脑之间的切换次数。集合论语言的双重功能成为发展新技术工具、解决旧问题和制定研究计划的基础。数学的多样性首先会与诸如科学界总体的迅速发展和物理学的突破性发现之类的外部现象联系在一起。在我看来，在过去的一百年里，数学领域并没有产生任何可以与量子理论或广义相对论相媲美的成果。但我相信，如果没有数学语言，物理学家甚至不能说出他们所观察到的是什么。物理学的发现和其采用的数学思想方法之间的相互关系导致了这些发现只能用数学语言来表达，这是非常奇妙的。从这个意义上讲，20世纪势必会被视为一个具有突破性的伟大世纪。

**问：**关于这个世纪的数学是否已达到最高水平，您有没有一些看法？

**答：**在18和19世纪，当时的数学语言比现在我们所使用的模糊的多。我认为直到20世纪人们才开始重新构建数学语言的基础。当这个基础足够清晰的时候，人们就开始广泛探索并不断找到强有力的技术工具，使我们能够把几何直觉扩展到新的领域，比如拓扑、同调代数和代数几何。当技术的发展已经成熟，几个非常困难的问题也都在三十年之内被解决掉了，德利涅证明了韦伊猜想，法尔廷斯证明了莫德尔猜想，怀尔斯证明了费马大定理。他们所有人的工作都不可能在上个世纪完成，因为在那时，数学还不够发达。

**问：**一些数学家，一定程度上在考虑了计算机通用性的前提下，宣布完成证明。您对此作何评论？

**答：**如果你抛开证明谈论数学，你就是在谈论一些从本质上就矛盾的东西。证明不能消亡——只有和数学在一起的时候才行。但是数学作为人类文化中被接受的一部分是可以消亡的。我认为，在我们这一代人中，数学家们仍然在坚持做我们所能理解的数学。证明是让我们知道我们所思考的是否正确的唯一途径，这也是描述我们所见事物的唯一方法。证明不只是说服假想对手的论证过程，完全不是！证明是我们交流数学真理的方式。其他的一切——飞跃性的直觉，突然发现的喜悦以及没有根据但是强烈的信念——仍然只是我们的思维。并且，当我们进行一些计算机计算的时候，我们只是验证了在我们检查过的情况下，实际情况和我们的猜想一样。

**问：**最近报纸上有一则消息说，计算机通过搜索所有可能的办法证明了罗宾（Herbert Robbins）的一个猜想。

**答：**这当然是可能的。为什么不可能呢？如果你发明了一个好的证明方法，其中包括广泛的搜索或长时间的计算，然后你编写了一个能实现这个证